

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

DERS NOTLARI

KONULAR:

- 1.HAFTA: YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TARİHÇESİ, TANIMI VE ÖNEMİ
- 2.HAFTA: MODELLER VE KARAR VERME
- 3.HAFTA: OPTİMİZASYON
- 4.HAFTA: MODEL KURMA ÖRNEKLERİ
- 5.HAFTA: DOĞRUSAL PROGRAMLAMA
- 6.HAFTA: DOĞRUSAL PROGRAMLAMA ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ
- 7.HAFTA: SİMPEKS YÖNTEM
- 8.HAFTA: SİMPEKS YÖNTEM
- 9.HAFTA: DUYARLILIK ANALİZİ VE DUALİTE
- 10.HAFTA: TAMSAYILI PROGRAMLAMA
- 11.HAFTA: TAMSAYILI PROGRAMLAMA
- 12.HAFTA: ULAŞIRMA MODELLERİ
- 13.HAFTA: ATAMA MODELİ
- 14.HAFTA: TAŞIMA MODELİ

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TARİHÇESİ, TANIMI VE ÖNEMİ

Yöneylem araştırmasının ilk adımları 19. Yüzyılın başlarında atılmıştır. Yöneylem araştırmasının başlangıcı, ikinci dünya savaşındaki askeri hizmetlerdeki uygulamalardır. Savaşta, kıt kaynakların farklı askeri hareketlere ve her bir hareket içindeki hizmetlere etkin biçimde dağıtılması aciliyeti bir zorunluluktur. Bu yüzden İngiltere ve Amerika Birleşik Devleti'nin askeri yönetimleri, stratejik ve taktiksel problemlere bilimsel yaklaşımın uygulanması için bilim adamlarına başvurmuşlar ve yöneylem araştırması takımları kurulmuştur.

İlk yöneylem araştırması takımının yeni radar aracının kullanımı için geliştirdikleri etkili yöntemler, Britanya hava savaşının Almanlara karşı kazanılmasında yardımcı olmuştur. Aynı zamanda, denizaltı avcı gemilerinin hareketleri ve konvoyların daha iyi yönetimi yönündeki araştırmaları da Kuzey Atlantik savaşının kazanılmasında çok önemli rol oynamıştır. Benzer çabaların, Pasifik'teki Ada hücumlarında da yardımcı olduğu bilinmektedir.

İkinci dünya savaşı sona erdiğinde Yöneylem araştırmasının savaştaki başarısı, askeri hizmetler dışında da uygulanmasını gündeme getirmiştir. Savaşta Yöneylem araştırması takımında olanlar ve iş adamları, iş hayatında oluşan sorunların askeriyedeki sorunlar ile içerik olarak farklı fakat temel olarak aynı olduğunu algılamışlardır. Bu kişiler 1950'lerin başlarında türlü işletmelere, endüstrilere, hükümet kuruluşlarına sorunlarının çözümünde kullanılması yönünde Yöneylem araştırması çalışmalarını sunmuşlardır. Bu çabalar sonucunda Yöneylem araştırması çalışmaları hızla yayılmış ve yeni teknikler geliştirilmiştir. (Öztürk, A.,2011)

1940 yılında Kantorovich ve 1947 yılında George Dantzig, birbirinden habersiz olarak Doğrusal Programlama problemleri için genel çözümler üretmişlerdir. Dantzig. Doğrusal Programlama problemlerinin çözümü için 1947 yılında Simplex yöntemini geliştirmiştir. Doğrusal programlama, Dinamik programlama, Kuyruk teorisi veya bekleme hattı teorisi, Envanter teorisi gibi yöneylem araştırması tekniklerinin çoğu 1950'lerin sonlarına kadar geliştirilmiştir.

Bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişim, yöneylem araştırmasının ilerlemesine büyük bir hız kazandırmıştır. 1980'lerden sonra WINQSB, LINDO, GINO, TORA,

MATH PROG, MATLAB gibi yöneylem araştırması paket programları geliştirilmiştir. Bu paket programlar, yöneylem araştırmasının kullanımını yaygınlaştırmıştır.

“ Yöneylem Araştırması” terimi farklı kişilere farklı şeyleri ifade ettiği için ortak bir tanımda karar kılınamamıştır. Yaygın olan tanımlardan bazıları aşağıda verilmiştir:

- Yöneylem Araştırması, yönetim bilimidir.
- Yöneylem Araştırması, bir karar analizidir.
- Yöneylem Araştırması, bir tasarım analizidir.
- Yöneylem Araştırması, faaliyetlerin sistemli şekilde araştırılmasıdır.
- Yöneylem Araştırması, sorun çözme bilimidir.
- Yöneylem Araştırması; özel ve kamu tüm üretim veya hizmet yapılı örgütlerin karşılaştığı problemlere bilimsel yaklaşım içinde, bir takım çalışmasıyla optimal çözümü amaçlayan(arastıran) bir bilim dalıdır.

Yöneylem Araştırması bir süreçtir. Problem tanımlanır, ilgili veriler toplanır, bilimsel bir model kurulur, varsayımlar yapılır, model çözülür, varsayımların geçerliliği kontrol edilir.

Yöneylem araştırması uygulamalarındaki temel aşamalar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1- Problemin Tanımlanması

Problemin tanımlanması, ele alınan problemin incelenip izlenerek tanımlanmasını kapsar. Bu aşamada çalışmanın amacı/amaçları, bu amaca/amaçlara ulaşmada etkili olan sistem kısıtları ve karar seçenekleri belirlenmelidir. Bu adım çalışmanın sonucunu etkileyeceği için, problemin ne olduğu, doğru biçimde tanımlanmalıdır.

2- Model Kurma

Problem tanımlandıktan sonra problemi etkileyen parametre değerleri belirlenerek problemin matematiksel modeli kurulur. Matematiksel modelde karar değişkenleri, amaç fonksiyonu, kısıtlayıcılar ve parametreler bulunur. Probleme etkisi olan parametre değerlerini tahmin etmek için veriler toplanır.

3- Modelin Çözümü

Model kurulduktan sonra optimizasyon algoritmaları kullanılarak çözümlenir. Bu aşamada aynı zamanda, model çözümlendikten sonra duyarlılık analizleriyle parametrelerdeki değişimlerin optimal çözüm üzerindeki değişimleri incelenir.

4- Modelin Geçerliliğinin kontrolü

Bu aşamada çözümlenen modelin gerçeği doğru bir şekilde temsil edip etmediği araştırılır. Modelden elde edilen sonuçlarla, sistemin gözlenmesiyle elde edilen sonuçlar karşılaştırılır. Böylece modelin beklenen davranışları sergileyip sergilemediği incelenir.(Bayraktar.D., Çebi, F., 2003)

5 - Önerilerin Değerlendirilmesi

Öneriler değerlendirilerek, karar vericiler modelin kullanılıp kullanılmayacağına karar verirler.

MODELLER

Modeller, ele alınan konuya ve amaca göre çok basit ve karmaşık şekilde olabilir.

Modeller aşağıdaki biçimde sınıflandırılmıştır:

Fiziki modeller: Gerçek durumun belirli bir ölçüğe göre küçültülmüş halidir. Bina maketleri, uçak ve gemi maketleri gibi. Bu modeller, araştırılacak sistemin gerçek görünümünde olurlar fakat nicel karar almada kullanılmazlar.

Analog modeller: Gerçek sistemin görünümünde olmayan ancak gerçek sistemi algılatan modellerdir. Haritalar, bilgisayar akış diyagramları, yönetim çizelgeleri gibi, network(şebeke) modelleri gibi.

Matematiksel Modeller: Gerçek sistemin kavram, şekil ve matematiksel ifadelerle gösterimidir.

Nicel karar vermede veya yöneylem araştırmasında daha çok matematiksel modeller kullanılır.(Öztürk, A., 2011).

Matematiksel modeller gerçek durumu, semboller sistemi ve matematik ifadelerle temsil eder. Matematiksel modelleri çeşitli açılardan sınıflandırmak mümkündür:

Model değişkenlerinin yapısına göre kurulan **kesikli ve süreklı matematiksel modeller**. Poisson olasılık fonksiyonu kesikli, üstel olasılık yoğunluk fonksiyonu da süreklı matematiksel modellere örnek verilebilir. Ayrıca tamsayılı doğrusal programlama modeli de kesikli matematiksel model kapsamındadır.

Modelin zaman boyutu ile ilgili **dinamik ve statik matematiksel modeller**. Model zaman unsuru içeriyorsa dinamik model, içermiyorsa statik model denir.

Modeldeki kontrol edilemeyen değişken değerlerine ilişkin bilgi düzeylerine göre kurulan **deterministik ve olasılıklı matematiksel modeller**.(Öztürk, A., 2011).

Problem çözümlerinde modellerle çalışmak çok daha hızlı ve çok daha düşük maliyetlidir.

Örneğin bir uçak üretici firma, yeni bir uçak üretimine geçmeden önce düşüncedeki tasarımların ne kadar işlevsel olduğunu model uçaklarla dener. Çünkü model uçakların yapımı daha hızlı ve daha ucuzdur. Tasarım hatalarının model uçakta oluşması, ticari amaçlı uçaklarda oluşmasından çok daha düşük maliyetli olacaktır.(Erdem, İ., 2017).

CİRO VE KAR MODELLERİ

Finansal planlama, üretim planlaması, satış kotaları ve diğer karar verme alanlarında maliyet, ciro ve kar modellerinin kullanılması yararlıdır.

Maliyet ve miktar modelleri

Üretim maliyeti, üretim miktarının bir fonksiyonudur. Üretim maliyeti genelde, sabit maliyet ile değişken maliyetin toplamı olarak yazılabilir.

Sabit maliyet, üretilecek miktardan bağımsız olarak değişmez kalan bir maliyettir. Değişken maliyet ise üretilecek miktara bağılı olarak oluşan maliyettir.

Örneğin bir A ürününü üretmek için gerekli altyapı hazırlıkları için oluşacak maliyet 3000 TL ve A'nın bir biriminin üretim maliyeti 2 TL olsun. Bu durumda A'dan üretilecek x birimin toplam üretim maliyetine $C(x)$ dersek;

$$C(x) = 3000 + 2x$$

şeklinde yazılabilir.

Marjinal maliyet

Üretim miktarının 1 birim artırılması halinde toplam maliyetteki değişim miktarı olarak tanımlanır.

Örneğin $C(x) = 3000 + 2x$ ise, bu maliyet modelinde marjinal maliyet 2 TL dir.

Ciro ve miktar modelleri

Bir birimin satış fiyatı p ise x birimin satışından elde edilecek ciro, $R(x) = px$ şeklinde yazılabilir. Örneğin birim satış fiyatı 5 TL ise $R(x) = 5x$ olur.

Kar ve miktar modeli

İşletmeler için en önemli karar kriterlerinden biri kardır. Eęer üretilen her bir birimin satılacağını varsayarsak.

Toplam Kar = (Toplam ciro) – (Toplam Maliyet)

olarak formüle edilebilir.

Yukarıdaki örnekler esas alınarak bir toplam kar formülü,

$$P(x) = R(x) - C(x) = R(x) - (a + bx)$$

biçiminde elde edilir. Burada;

$P(x)$:Toplam kar

$R(x)$: Toplam ciro(Toplam satış geliri)

a : üretimde sabit maliyet

b : üretimde deęişken maliyet

anlamındadır.

Başa baş Analizi (Breakeven Analysis)

Toplam maliyet = Toplam ciro

koşulunu sağlayan x ve toplam maliyet değerinin belirlenmesi işlemine başa baş analizi denir.

Diğer bir ifadeyle $P(x) = 0$ şartını sağlayan x değerinin bulunması, başa baş analizin sonucudur.(Erdem, İ., 2017).

Örneğin $P(x) = 3x - 3000$ ise $P(x) = 0$ şartını sağlayan x değeri, $x = 1000$ dir. Bu $x = 1000$ birim, başa baş üretim miktarıdır. Yani, $x = 1000$ birim üretilmesi halinde toplam kar sıfır olur.

Bir matematiksel ifade, problemin hedefini belirliorsa bu ifadeye amaç fonksiyonu denir.

KARAR VERME

Her insan günlük yaşantısında bir takım kararlar vermek zorundadır. (Ne zaman kalkacağı, ne yiyeceği, ne giyeceği vb.). Yöneticiler ise sadece kişisel yaşantıları üzerine karar vermezler, aynı zamanda çalıştıkları kuruluşlar ile ilgili kararları da vermek zorundadırlar.

Karar verme; bir amaca ulaşabilmek için eldeki imkânlarla göre, mümkün olabilecek çeşitli faaliyetlerden en uygun görüneni seçmektir. Tüm karar problemlerinin bir amacı olmalıdır.

Yöneylem Araştırması; özel ve kamu tüm üretim veya hizmet yapılı örgütlerin karşılaştığı problemlere, bilimsel yaklaşım içinde bir takım çalışmasıyla optimum çözümü amaçlayan(araştıran) bir bilim dalıdır.

Yöneylem araştırmasında gerçek hayat problemleri, matematiksel modellerle temsil edilir ve en iyi (optimum) çözümü bulmak için modellerin çözümlenmesi yapılır. Matematiksel modelde bulunan unsurlar aşağıda verilmiştir.

Karar Değişkenleri: Bir karar modelinin çözümlenmesi sürecinde değeri hesaplanacak olan karar unsurlarıdır. Örneğin bir işletmede A ve B tipinde iki farklı ürün üretilmek istenilsin. Karar değişkenleri x_1 ve x_2 sırasıyla, üretilecek olan A ve B tipindeki iki farklı ürünün üretim miktarlarını gösterirler. (Bayraktar, D., Çebi, F., 2003).

Örnek: Bir perakendeci, sattığı bir ürünü A ve B olarak isimlendirilen iki farklı tedarikçiden almaktadır.

x : A'dan alınan ürün miktarı, y : B'den alınan ürün miktarı

olsun.

- Perakendecinin aldığı toplam ürün miktarı ne kadardır?
- A'dan alınan 1 birimin nakliye maliyeti 20 kuruş, B'den alınan 1 birimin nakliye maliyeti 25 kuruş ise toplam nakliye maliyeti nasıl ifade edilir?
- Perakendecinin bu ürüne olan aylık talebi en az 5000 birim olsun. Bu durumu ifade ediniz.
- Aylık olarak A'dan en fazla 4000 birim tedarik edebilir. Bu durumu ifade ediniz. (Erdem, İ., 2017).

Parametreler: Bir modelinin davranışını etkileyen sabit katsayılardır. Doğrusal Programlama modelindeki c_j , b_i ve a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$) katsayıları parametreler olarak adlandırılırlar.

Amaç Fonksiyonu: Karar değişkenlerinden ve bu değişkenlerin parametrelerinden oluşan en iyi çözümün (maksimum ya da minimum) elde edilmesini sağlayan doğrusal bir fonksiyondur.

Kısıtlar: Bir modeldeki karar değişkenleri ya da karar değişkenleri ile parametreler arasındaki zorunlu ilişkilerin her birine "kısıt" adı verilir. Kullanılan faktör ya da hammadde miktarlarıdır.

Sağ Taraf Sabitleri: Mevcut kaynak miktarlarını gösteren, problemdeki kısıt denklemlerinin sağ taraflarında yer alan parametrelerdir.

Bu bilgilere bağlı olarak bir Doğrusal programlama modeli simgesel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

Amaç Fonksiyonu:

$$[\text{Max} / \text{Min} Z] \text{ veya } [\text{max/min} f(x)] : \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Kısıt Denklemleri:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j (\leq, \geq, =) b_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

(1)

Burada,

Z veya $f(x)$: Amaç fonksiyonu

x_j : Karar değişkenleri

c_j : Amaç fonksiyonundaki karar değişkenlerinin katsayıları olan sabitler

a_{ij} : Kısıtların sol tarafında bulunan teknolojik katsayılar

b_i : Sağ taraf sabitleri

anlamındadır.

Örneğin, Maksimizasyon amaçlı ve 2×2 boyutlu bir DP problemi aşağıdaki gibi ifade edilir.

Amaç fonksiyonu:

$$\max Z = c_1x_1 + c_2x_2$$

Kısıtlayıcılar:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

OPTİMİZASYON

Optimizasyon, verilen şartlar altında en iyi sonucun elde edilmesi işidir. Optimizasyon alanındaki en önemli gelişmeler 18.yy'da Newton ve Lagrange tarafından yapılmıştır.

Bir sistemin planlanmasında hedef, istenen karı maksimize yada gerekli çabayı minimize etmektir. İstlenen kar veya gerekli çaba, karar değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilir. Optimizasyon sürecinde bu fonksiyonun minimum veya maksimum değerini oluşturan şartlar bulunur.

Optimizasyon problemlerinin sınıflandırılması:

$f(x)$ amaç fonksiyonunun gerçekleşebilmesi ile ilgili herhangi bir sınırlama yoksa **kısıtsız optimizasyon**, amaç fonksiyonunun gerçekleşebilmesi ile ilgili sınırlamalar(kısıtlar) varsa **kısıtlı optimizasyon problemleri** olarak adlandırılır.

Diğer bir sınıflandırma ise amaç fonksiyonunun ve sınırlamalar ile ilgili fonksiyonların doğrusal olup olmamasına bağlıdır.

Doğrusal(lineer) amaç fonksiyonu ve sınırlama fonksiyonları var ise **doğrusal programlama problemi**, doğrusal olmayan fonksiyonlar söz konusu ise **doğrusal olmayan programlama problemi** olarak adlandırılır.

Kısıtlı bir optimizasyon probleminin; amaç fonksiyonu, bilinmeyenler(değişkenler) ve kısıtlayıcılar olmak üzere 3 temel bileşeni vardır.

a-) Amaç fonksiyonu

Maksimum yada minimum yapılmak istenen fonksiyon olarak tanımlanır. Örneğin, bir imalat yada üretim işleminde kar maksimum yada maliyet minimum yapılmak istenebilir. Deneysel verilerin bilinen bir modele uydurulması probleminde gözlenen veri ile tahmin edilen değer arasındaki sapma minimum yapılmak istenebilir.

Hemen hemen her optimizasyon probleminin bir amaç fonksiyonu vardır. Hatta bazen birden fazla amaç fonksiyonunun olduğu optimizasyon problemleri de bulunmaktadır. Örneğin oto kapı aynası tasarım probleminde oto kapı aynasının hem dayanıklılığı maksimum, hem de aynanın ağırlığı minimum yapılabilir.

b-) Bilinmeyenler yada değişkenler

Optimizasyon problemini formüle ederken kullandığımız sembollerdir. Bunlar optimizasyon problemlerinin temel bileşenleridir, değişkenler olmaksızın amaç fonksiyon ve kısıtlayıcılar oluşturulamaz.

c-) Kısıtlayıcılar

Bilinmeyenlerin yada değişkenlerin, belirli değerleri almasını ve belirli değerleri de almamasını belirten durumlardır.

Yukarıda (1) formülü ile ifade edilen doğrusal programlama problemi, bir kısıtlı optimizasyon problemidir.

Modelleme, gerçek yaşamda karşılaşılan bir problemin matematiksel olarak ifade edilmesidir.

MODEL KURMA (MODELLEME) ÖRNEKLERİ

Örnek 1. Bir marangoz işletmesinde masa ve sandalye üretmektedir. Bir adet masa yapımı için 30 metre tahtaya ve 5 saat işgücüne gerek vardır. Bir sandalye yapımı için de 20 metre tahta ile 10 saat işgücü kullanılmaktadır. İşletmenin elinde 300 metre tahta ile 110 saat işgücü vardır. Bir masanın ve bir sandalyenin satışından elde edilecek karlar ise sırasıyla 6 pb ve 8 pb dir. Marangozun amacı satış karını maksimum kılmaktır. Buna göre marangoz ne kadar masa ve sandalye üretmelidir?

Karar değişkenleri:

x_1 : Üretilmesi gereken masa miktarı

x_2 : Üretilmesi gereken sandalye miktarı

olarak tanımlandıktan sonra model,

$$\text{Maksimum } Z : 6x_1 + 8x_2$$

Kısıtlayıcılar:

$$30x_1 + 20x_2 \leq 300$$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 110$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

biçiminde elde edilir.

Örnek 2. Bir çiftçinin buğday, mısır ve arpa ekimi için 300 hektarlık arazisi vardır. Çiftçi hektar başına buğdaydan 150 pb, mısırdan 220 pb ve arpadan da 180 pb kar beklemektedir. İşgücü yönünden durum ele alındığında çiftçi buğday için 150 hektardan daha fazla, arpa ekimi için de 120 hektardan daha fazla yer ayırmamalıdır. Verimlilik yönünden ise buğday için en az 80 hektar yer ayırmalı, mısır ekimi için ise toplam arazinin %30'dan fazlasını ayırmamalıdır. Çiftçi karını en büyük yapmak istediğine göre hangi ürüne ne miktarda yer ayırmalıdır?(Öztürk, A., 2011).

Karar değişkenleri:

x_1 : Buğday ekmek için ayrılacak arazi miktarı

x_2 : Mısır ekmek için ayrılacak arazi miktarı

x_3 : Arpa ekmek için ayrılacak arazi miktarı

olarak tanımlanabilir.

$$\text{Maksimum } Z : 150 x_1 + 220 x_2 + 180 x_3$$

Kısıtlayıcılar:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 300$$

$$x_1 \leq 150$$

$$x_3 \leq 120$$

$$x_1 \geq 80$$

$$x_2 \leq 90$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

olur.

Örnek 3. Yeni açılacak olan bir bilgisayar kursu, bilgisayar dersleri verebilecek kişiler aramaktadır. İş için başvuran 10 kişinin verebileceği dersler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

<u>Dersler</u>	<u>Kişiler</u>
Windows	1, 2, 3, 4, 5
Excel	6, 7, 8, 9, 10
Word	3, 8, 9, 10
Powerpoint	1, 5, 6, 7
Access	3, 4, 5, 6, 7, 9
CorelDraw	1, 2, 8, 10
Macromedia Flash	4, 5, 7, 8
<u>Dream Viewer</u>	<u>1, 2, 9, 10</u>

Ayrıca her bir kişinin işe başlamak için istediği maaş miktarları aşağıdaki gibidir,

Kişi : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Maaş : 500 850 600 950 1050 725 650 750 500 800

Bilgisayar kursu minimum maliyetle, **her ders için en az bir kişiyi** işe almak istemektedir. Bu amaca uygun **Tamsayılı programlama modelini kurunuz.**

Örnek 4. 6 ton taşıyabilme kapasiteli bir araçla 3 farklı türdeki eşya taşınacaktır. Eşya türleriyle ilgili bilgiler aşağıdaki gibidir.

<u>Eşya türü</u>	<u>Ağırlık(ton)</u>	<u>Getiri(1000 TL)</u>
1	3	70
2	1	20
3	2	40

Toplam getiriye maksimum kılmak için aracın nasıl yüklenmesi gerektiğini belirleyebileceğimiz **modeli kurunuz.**

DOĞRUSAL PROGRAMLAMAYA GİRİŞ

Doğrusal programlama, optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan matematiksel bir tekniktir.(Öztürk, A., 2011).

Doğrusal programlama problemlerinin kullanımı ve çözümü ile ilgili önemli gelişmeler İkinci Dünya Savaşı sonrasında olmuş ve sivil sektörde de yoğun bir şekilde uygulama alanı bulmuştur.(Erdem, İ., 2017).